

Thời gian dự kiến: từ 02/11 – đến hết 27/11/2021

PHẦN A: ĐẠI SỐ

CHƯƠNG II: PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

1. Phân thức đại số

*Định nghĩa

Một phân thức đại số (hay nói gọn là phân thức) là một biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$, trong đó A, B là những đa thức và B khác 0.

*Hai phân thức bằng nhau:

Với hai phân thức $\frac{A}{B}$ và $\frac{C}{D}$ ($B \neq 0, D \neq 0$), ta nói $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ nếu $A.D=B.C$

2. Tính chất cơ bản của phân thức đại số

$$+ \frac{A}{B} = \frac{A.M}{B.M} \quad (M \text{ là một đa thức khác } 0)$$

$$+ \frac{A}{B} = \frac{A:N}{B:N} \quad (N \text{ là một nhân tử chung, } N \text{ khác đa thức } 0)$$

*Quy tắc đổi dấu:

+ Đổi dấu cả tử và mẫu của một phân thức thì ta được phân thức mới bằng phân thức đã cho: $\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B}$

Ngoài ra, ta còn có một số quy tắc sau :

$$+ \text{Đổi dấu tử số và đổi dấu phân thức: } \frac{A}{B} = -\frac{-A}{B}$$

$$+ \text{Đổi dấu mẫu số và đổi dấu phân thức: } \frac{A}{B} = -\frac{A}{-B}$$

$$+ \text{Đổi dấu mẫu: } \frac{A}{-B} = -\frac{A}{B}$$

3. Rút gọn phân thức đại số

- Cách biến đổi phân thức thành phân thức đơn giản hơn và bằng phân thức đã cho gọi là rút gọn phân thức.

- Muốn rút gọn một phân thức ta có thể làm như sau:

+ Phân tích tử và mẫu thành nhân tử (nếu cần) để tìm nhân tử chung.

+ Chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung (nếu có).

4. Quy đồng mẫu thức

Phương pháp quy đồng mẫu thức nhiều phân thức

* Tìm mẫu chung

+ Phân tích phân hệ số thành thừa số nguyên tố và phân biến thành nhân tử

+ Mẫu chung bao gồm: phân hệ số là BCNN của các hệ số của mẫu và phân biến là tích giữa các nhân tử chung và riêng mỗi nhân tử lấy số mũ lớn nhất.

* Tìm nhân tử phụ mỗi phân thức: Lấy mẫu chung chia cho từng mẫu (đã phân tích thành nhân tử).

* Nhân cả tử và mẫu của mỗi phân thức với nhân tử phụ tương ứng.

5. Cộng trừ hai phân thức

a. Cộng (trừ) hai phân thức cùng mẫu thức

* **Quy tắc:** Muốn cộng (trừ) hai phân thức cùng mẫu thức ta cộng (trừ) các tử thức với nhau và giữ nguyên mẫu thức.

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{B} = \frac{A+C}{B} \quad (B \neq 0) \qquad \frac{A}{B} - \frac{C}{B} = \frac{A-C}{B} \quad (B \neq 0)$$

b. Cộng (trừ) hai phân thức có mẫu thức khác nhau

* **Quy tắc:** Muốn cộng (trừ) hai phân thức có mẫu thức khác nhau ta quy đồng mẫu thức các phân thức rồi cộng (trừ) các phân thức có cùng mẫu vừa tìm được.

c. Các tính chất của phép cộng và phép trừ các phân thức

+ Giao hoán: $\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{C}{D} + \frac{A}{B}$

+ Kết hợp: $\left(\frac{A}{B} + \frac{C}{D}\right) + \frac{E}{F} = \frac{A}{B} + \left(\frac{C}{D} + \frac{E}{F}\right)$

+ Đổi dấu: $-\frac{A}{B} = \frac{-A}{B} = \frac{A}{-B}$; $-\frac{-A}{B} = \frac{A}{B}$

6. Nhân chia hai phân thức

a) Nhân hai phân thức

Quy tắc: Muốn nhân hai phân thức, ta nhân tử thức với nhau, mẫu thức với nhau.

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD}$$

Tính chất phép nhân hai phân thức

+ Giao hoán: $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{C}{D} \cdot \frac{A}{B}$

+ Kết hợp: $\left(\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D}\right) \cdot \frac{E}{F} = \frac{A}{B} \cdot \left(\frac{C}{D} \cdot \frac{E}{F}\right)$

+ Phân phối đối với phép cộng: $\frac{A}{B} \cdot \left(\frac{C}{D} + \frac{E}{F}\right) = \frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} + \frac{A}{B} \cdot \frac{E}{F}$

b) Chia hai phân thức

*** Phân thức nghịch đảo**

Hai phân thức gọi là nghịch đảo của nhau nếu tích của nó bằng 1 .

Phân thức nghịch đảo của phân thức $\frac{A}{B}$ là $\frac{B}{A}$ với $A, B \neq 0$

* Phép chia hai phân thức

Quy tắc: Muốn chia phân thức $\frac{A}{B}$ cho phân thức $\frac{C}{D}$ ($\frac{C}{D} \neq 0$), ta nhân $\frac{A}{B}$ với phân thức nghịch đảo của $\frac{C}{D}$.

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} \quad \text{với } \frac{C}{D} \neq 0$$

7. Biến đổi các biểu thức hữu tỉ

Ta sử dụng các quy tắc cộng, trừ, nhân, chia các phân thức để biến đổi một biểu thức hữu tỉ thành phân thức.

Để tính giá trị của phân thức, ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Tìm điều kiện xác định của phân thức

Bước 2: Thay giá trị của biến (thỏa mãn điều kiện) vào phân thức rồi tính.

BÀI TẬP

Bài 1. Tìm điều kiện xác định của phân thức:

a) $\frac{x^2 - 4}{9x^2 - 16}$

b) $\frac{2x - 1}{x^2 - 4x + 4}$

c) $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}$

d) $\frac{5x - 3}{2x^2 - x}$

e) $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 1}$

f) $\frac{2}{(x + 1)(x - 3)}$

Bài 2. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $\frac{3y}{4} = \frac{6xy}{8x} \quad (x \neq 0)$

b) $\frac{-3x^2}{2y} = \frac{3x^2}{-2y} \quad (y \neq 0)$

c) $\frac{2(x - y)}{3(y - x)} = \frac{-2}{3} \quad (x \neq y)$

d) $\frac{2xy}{3a} = \frac{8xy^2}{12ay} \quad (a \neq 0, y \neq 0)$

e) $\frac{1 - x}{2 - y} = \frac{x - 1}{y - 2} \quad (y \neq 2)$

f) $\frac{2a}{-5b} = \frac{-2a}{5b} \quad (b \neq 0)$

Bài 3. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $\frac{x - 2}{-x} = \frac{2^3 - x^3}{x(x^2 + 2x + 4)} \quad (x \neq 0)$

b) $\frac{3x}{x + y} = \frac{-3x(x - y)}{y^2 - x^2} \quad (x \neq \pm y)$

c) $\frac{x + y}{3a} = \frac{3a(x + y)^2}{9a^2(x + y)} \quad (a \neq 0, x \neq -y)$

Bài 4. Rút gọn các phân thức sau:

a) $\frac{5x}{10}$

b) $\frac{4xy}{2y} (y \neq 0)$

c) $\frac{21x^2y^3}{6xy} (xy \neq 0)$

d) $\frac{2x+2y}{4}$

e) $\frac{5x-5y}{3x-3y} (x \neq y)$

f) $\frac{-15x(x-y)}{3(y-x)} (x \neq y)$

g) $\frac{3x^2yz^3}{6xy^2x^3}$

h) $\frac{x^3 - 4x^2 + 4x}{x^2 - 4}$

i) $\frac{1-x}{x^2-x}$

Bài 5. Rút gọn các phân thức sau:

a) $\frac{x^2-16}{4x-x^2} (x \neq 0, x \neq 4)$

b) $\frac{x^2+4x+3}{2x+6} (x \neq -3)$

c) $\frac{15x(x+y)^3}{5y(x+y)^2} (y + (x+y) \neq 0)$

d) $\frac{5(x-y)-3(y-x)}{10(x-y)} (x \neq y)$

e) $\frac{2x+2y+5x+5y}{2x+2y-5x-5y} (x \neq -y)$

f) $\frac{x^2-xy}{3xy-3y^2} (x \neq y, y \neq 0)$

Bài 6. Rút gọn phân thức sau

a) $\frac{6x^2y^2}{8xy^5}$

b) $\frac{10xy^2(x+y)}{15xy(x+y)^2}$

c) $\frac{2x^2+2x}{x+1}$

d) $\frac{x^2-xy-x+y}{x^2+xy-x-y}$

e) $\frac{(2x-4)(x-3)}{(x-2)(3x^2-27)}$

f) $\frac{5x^2-10xy}{2(2y-x)^3}$

g) $\frac{20x^2-45}{(2x-3)^2}$

h) $\frac{x^2-y^2}{2x-2y}$

i) $\frac{25x^2-20x+4}{25x^2-4}$

j) $\frac{5x^2+10xy+5y^2}{3x^3+3y^3}$

k) $\frac{x^2-1}{x^3-x^2-x+1}$

l) $\frac{x^3+x^2-4x-4}{x^4-16}$

m) $\frac{4x^4-20x^3+13x^2+30x+9}{(4x^2-1)^2}$

Bài 7. Tìm điều kiện để các phân thức sau có nghĩa và tìm mẫu thức chung của chúng:

a) $\frac{x}{16}, \frac{xy}{20}$

b) $\frac{1}{4x}, \frac{3}{6y}$

c) $\frac{xy}{8}, \frac{y}{15}$

d) $\frac{x}{2y}, \frac{y}{2x}$

e) $\frac{xy}{8}, \frac{yz}{12}, \frac{xz}{24}$

f) $\frac{xy}{2z}, \frac{yz}{3x}, \frac{zx}{4y}$

Bài 8. Tìm điều kiện để các phân thức sau có nghĩa và tìm mẫu thức chung của chúng:

a) $\frac{5}{2x-4}, \frac{4}{3x-9}, \frac{7}{50-25x}$ b) $\frac{x}{4+2a}, \frac{y}{4-2a}, \frac{z}{4-a^2}$ c) $\frac{2a}{b^2}, \frac{x}{2a+2b}, \frac{y}{a^2-b^2}$

d) $\frac{3}{2x+6}, \frac{x-2}{x^2+6x+9}$ e) $\frac{1}{x^2-2x+1}, \frac{2}{x^2+2x}$ f) $\frac{x^4+1}{x^2-1}, x^2+1$

QUY ĐỒNG MẪU THỨC NHIỀU PHÂN THỨC

Bài 1. Quy đồng mẫu thức chung của các phân thức sau

a) $\frac{7}{6x^2yz}$ và $\frac{-5}{4xy^3}$

b) $\frac{-3y}{2x^2z^2}$ và $\frac{2z}{xy^2}$

c) $\frac{1}{4x^2-8x+4}$ và $\frac{3x-1}{6x^2-6x}$

d) $\frac{3}{x^2-5x}$ và $\frac{-5}{10-2x}$

Bài 2. Quy đồng mẫu thức chung của các phân thức sau

a) $\frac{3}{2x}; \frac{4}{3x^2}; \frac{-1}{4x^3}$

b) $\frac{3}{4x}; \frac{4}{5x^2}; \frac{1}{2x}$

c) $\frac{-3}{4x}; \frac{-4}{5x^2}; \frac{1}{4x^3}$

d) $\frac{-3}{4x^3y}; \frac{-4}{5x^2}; \frac{1}{4xy}$

e) $\frac{3}{5x+3}; \frac{5}{5x-1}$

f) $\frac{3}{10x+6}; \frac{5}{10x-6}$

Bài 3. Quy đồng mẫu thức chung các phân thức sau

$$a) \frac{x^2 - 3x}{x + 3}; 1; \frac{x^2 + x}{x^2 - 9}$$

$$b) 2x; \frac{4x}{x - 2}; \frac{3x}{x + 2}$$

$$c) \frac{3x + 1}{x}; 4x - 1; \frac{5x - 2}{4x}$$

$$d) \frac{3}{2x^2 - xy}; \frac{4x}{y^2 - 2xy}$$

$$e) \frac{1}{x + 3}; \frac{1}{(x + 3)(x + 2)}; \frac{1}{x + 4}$$

$$f) \frac{3x + 5}{x^2 - 5x}; \frac{25 - x}{25 - 5x}$$

$$g) \frac{3}{4x + 6}; \frac{-5}{4x - 6}$$

$$h) \frac{-3}{2 + x}; \frac{-5}{2 - x}$$

Bài 4. Quy đồng mẫu thức chung các phân thức sau

$$a) \frac{x^2 - 3x}{x + 3}; 1; \frac{x^2 + x}{x^2 - 9}$$

$$b) 2x; \frac{4x}{x - 2}; \frac{3x}{x + 2}$$

$$c) \frac{3x + 1}{x}; 4x - 1; \frac{5x - 2}{4x}$$

$$d) \frac{3}{2x^2 - xy}; \frac{4x}{y^2 - 2xy}$$

$$e) \frac{1}{x + 3}; \frac{1}{(x + 3)(x + 2)}; \frac{1}{x + 4}$$

$$f) \frac{3x + 5}{x^2 - 5x}; \frac{25 - x}{25 - 5x}$$

$$g) \frac{2}{x^3 - 1}; \frac{3}{x^2 + x + 1}; 3$$

$$h) \frac{2}{x^3 - 27}; \frac{3}{x^2 + 3x + 9}; -1$$

CỘNG, TRỪ CÁC PHÂN THỨC

Bài 1. Thực hiện phép tính:

$$a) \frac{x - 5}{5} + \frac{1 - x}{5}$$

$$b) \frac{x - y}{8} + \frac{2y}{8}$$

$$c) \frac{x^2 - x}{xy} + \frac{1 - 4x}{xy}$$

$$d) \frac{5xy^2 - x^2y}{3xy} + \frac{4xy^2 + x^2y}{3xy}$$

$$e) \frac{x + 1}{a - b} + \frac{x - 1}{a - b} + \frac{x + 3}{a - b}$$

$$f) \frac{5xy - 4y}{2x^2y^3} + \frac{3xy + 4y}{2x^2y^3}$$

Bài 2. Thực hiện phép tính:

$$a) \frac{1 - 3x}{2} - \frac{x + 3}{2}$$

$$b) \frac{2(x + y)(x - y)}{x} - \frac{-2y^2}{x}$$

$$c) \frac{3x + 1}{x + y} - \frac{2x - 3}{x + y}$$

$$d) \frac{xy}{2x-y} - \frac{x^2-1}{y-2x} \quad e) \frac{4x-1}{3x^2y} - \frac{7x-1}{3x^2y}$$

Bài 3. Thực hiện phép tính:

$$a) \frac{6}{x^2+4x} + \frac{3}{2x+8}$$

$$b) \frac{-3}{2x^2-4x} + \frac{4x}{x-2}$$

$$c) \frac{x+1}{2x-2} + \frac{-2x}{x^2-1}$$

$$d) \frac{y-12}{6y-36} + \frac{6}{6y-y^2}$$

$$e) \frac{3}{xy-y^2} - \frac{5}{x^2-xy}$$

$$f) \frac{x+3}{x^2-1} - \frac{x+1}{x^2-x}$$

$$g) \frac{x+2}{1+x} - \frac{x-3}{1-x} + \frac{2x^2-3}{x^2-1}$$

Bài 4. Thực hiện các phép tính sau:

$$a) \frac{x-5}{x} + \frac{x}{x-5} + \frac{25}{x^2-5x}$$

$$b) \frac{x+3}{x-3} + \frac{x-3}{x+3} + \frac{36}{x^2-9}$$

$$c) \frac{2}{x-5} + \frac{3}{10x+50} - \frac{1}{x^2-25}$$

$$d) \frac{1}{3x+2} - \frac{4}{3x-2} + \frac{3x-6}{9x^2-4}$$

$$e) \frac{1}{3x-2} - \frac{1}{3x+2} - \frac{3x-6}{4-9x^2}$$

$$f) \frac{1}{x^2-x+1} + 1 - \frac{x^2+2}{x^3+1}$$

$$g) \frac{3x^2+5x+1}{x^3-1} - \frac{1-x}{x^2+x+1} - \frac{3}{x-1}$$

$$h) \frac{18}{(x-3)(x^2-9)} - \frac{3}{x^2-6x+9} - \frac{x}{x^2-9}$$

Bài 5. Thực hiện phép tính:

$$a) \frac{4x+1}{2} - \frac{3x+2}{3}$$

$$b) \frac{x+3}{x} - \frac{x}{x-3} + \frac{9}{x^2-3x}$$

$$c) \frac{x+3}{x^2-1} - \frac{1}{x^2+x}$$

$$d) \frac{1}{3x-2} - \frac{4}{3x+2} - \frac{-10x+8}{9x^2-4}$$

$$e) \frac{3}{2x^2+2x} + \frac{2x-1}{x^2-1} - \frac{2}{x}$$

$$f) \frac{3x}{5x+5y} - \frac{x}{10x-10y}$$

$$g) \frac{4a^2-3a+5}{a^3-1} - \frac{1-2a}{a^2+a+1} - \frac{6}{a-1}$$

$$h) \frac{5x^2-y^2}{xy} - \frac{3x-2y}{y}$$

$$i) \frac{x+9y}{x^2-9y^2} - \frac{3y}{x^2+3xy}$$

$$\text{k) } \frac{3x+2}{x^2-2x+1} - \frac{6}{x^2-1} - \frac{3x-2}{x^2+2x+1} \quad \text{l) } \frac{3}{2x+6} - \frac{x-6}{2x^2+6x} \quad \text{m) } x^2+1 - \frac{x^4+1}{x^2+1}$$

NHÂN, CHIA CÁC PHÂN THỨC:

Bài 1. Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } \frac{1}{x} \cdot \frac{6x}{y}$$

$$\text{b) } \frac{2x^2}{y} \cdot 3xy^2$$

$$\text{c) } \frac{15x}{7y^3} \cdot \frac{2y^2}{x^2}$$

$$\text{d) } \frac{2x^2}{x-y} \cdot \frac{y}{5x^3}$$

$$\text{e) } \frac{5x+10}{4x-8} \cdot \frac{4-2x}{x+2}$$

$$\text{f) } \frac{x^2-36}{2x+10} \cdot \frac{3}{6-x}$$

$$\text{g) } \frac{x^2-9y^2}{x^2y^2} \cdot \frac{3xy}{2x-6y}$$

$$\text{h) } \frac{3x^2-3y^2}{5xy} \cdot \frac{15x^2y}{2y-2x}$$

$$\text{i) } \frac{2a^3-2b^3}{3a+3b} \cdot \frac{6a+6b}{a^2-2ab+b^2}$$

Bài 2. Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } \frac{2x}{3} : \frac{5}{6x^2}$$

$$\text{b) } 16x^2y^2 : \left(-\frac{18x^2y^5}{5} \right)$$

$$\text{c) } \frac{25x^3y^5}{3} : 15xy^2$$

$$\text{d) } \frac{x^2-y^2}{6x^2y} : \frac{x+y}{3xy}$$

$$\text{e) } \frac{a^2+ab}{b-a} : \frac{a+b}{2a^2-2b^2}$$

$$\text{f) } \frac{x+y}{y-x} : \frac{x^2+xy}{3x^2-3y^2}$$

$$\text{g) } \frac{1-4x^2}{x^2+4x} : \frac{2-4x}{3x}$$

$$\text{h) } \frac{5x-15}{4x+4} : \frac{x^2-9}{x^2+2x+1}$$

$$\text{i) } \frac{6x+48}{7x-7} : \frac{x^2-64}{x^2-2x+1}$$

Bài 3. Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } \left(\frac{1}{x^2+x} - \frac{2-x}{x+1} \right) : \left(\frac{1}{x} + x - 2 \right)$$

$$\text{b) } \left(\frac{3x}{1-3x} + \frac{2x}{3x+1} \right) : \frac{6x^2+10x}{1-6x+9x^2}$$

$$\text{c) } \left(\frac{9}{x^3-9x} + \frac{1}{x+3} \right) : \left(\frac{x-3}{x^2+3x} - \frac{x}{3x+9} \right)$$

$$\text{d) } \frac{x+1}{x+2} : \left(\frac{x+2}{x+3} : \frac{x+3}{x+1} \right)$$

Bài 4. Thực hiện phép tính:

$$\text{a) } \frac{8}{(x^2+3)(x^2-1)} + \frac{2}{x^2+3} + \frac{1}{x+1}$$

$$\text{b) } \frac{x+y}{2(x-y)} - \frac{x-y}{2(x+y)} + \frac{2y^2}{x^2-y^2}$$

$$\text{c) } \frac{x-1}{x^3} - \frac{x+1}{x^3-x^2} + \frac{3}{x^3-2x^2+x}$$

$$\text{d) } \frac{xy}{ab} + \frac{(x-a)(y-a)}{a(a-b)} - \frac{(x-b)(y-b)}{b(a-b)}$$

$$e) \frac{x^3}{x-1} - \frac{x^2}{x+1} - \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$$

$$f) \frac{x^3 + x^2 - 2x - 20}{x^2 - 4} - \frac{5}{x+2} + \frac{3}{x-2}$$

$$g) \left(\frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y} \right) \cdot \left(\frac{x^2+y^2}{2xy} + 1 \right) \cdot \frac{xy}{x^2+y^2} \quad h) \frac{1}{(a-b)(b-c)} + \frac{1}{(b-c)(c-a)} + \frac{1}{(c-a)(a-b)}$$

Bài 5. Thực hiện phép tính:

$$a) \frac{2x}{3} : \frac{5}{6x^2}$$

$$b) 16x^2y^2 : \left(-\frac{18x^2y^5}{5} \right)$$

$$c) \frac{25x^3y^5}{3} : 15xy^2$$

$$d) \frac{x^2-y^2}{6x^2y} : \frac{x+y}{3xy}$$

$$e) \frac{a^2+ab}{b-a} : \frac{a+b}{2a^2-2b^2}$$

$$f) \frac{x+y}{y-x} : \frac{x^2+xy}{3x^2-3y^2}$$

$$g) \frac{1-4x^2}{x^2+4x} : \frac{2-4x}{3x}$$

$$h) \frac{5x-15}{4x+4} : \frac{x^2-9}{x^2+2x+1}$$

$$i) \frac{6x+48}{7x-7} : \frac{x^2-64}{x^2-2x+1}$$

$$k) \frac{4x-24}{5x+5} : \frac{x^2-36}{x^2+2x+1}$$

$$l) \frac{3x+21}{5x+5} : \frac{x^2-49}{x^2+2x+1}$$

$$m) \frac{3-3x}{(1+x)^2} : \frac{6x^2-6}{x+1}$$

TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC

Bài 1: Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$a) \frac{ax^4 - a^4x}{a^2 + ax + x^2} \text{ với } a = 3, x = \frac{1}{3}$$

$$b) \frac{x^3 + x^2 - 6x}{x^3 - 4x} \text{ với } x = 98$$

$$c) \frac{x^3 + 3x}{3x^3 + x^5} \text{ với } x = -\frac{1}{2}$$

$$d) \frac{x^4 - 2x^3}{2x^2 - x^3} \text{ với } x = -\frac{1}{2}$$

$$e) \frac{10ab - 5a^2}{16b^2 - 8ab} \text{ với } a = \frac{1}{6}, b = \frac{1}{7}$$

$$f) \frac{a^7 + 1}{a^{15} + a^8} \text{ với } a = 0,1$$

$$g) \frac{2x-4y}{0,2x^2-0,8y^2} \text{ với } x+2y=5$$

$$h) \frac{x^2-9y^2}{1,5x+4,5y} \text{ với } 3x-9y=1.$$

$$i) \left(\frac{x}{xy-y^2} + \frac{2x-y}{xy-x^2} \right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \text{ với } x=1; y=-\frac{1}{2}:$$

Bài 2: Tính giá trị của biểu thức

a) $\frac{2x-7}{x^2-9} - \frac{x-10}{x^2-9}$ với $x = 3,1$

b) $\frac{3y-5}{4-y^2} + \frac{3-y}{y^2-4}$ với $y = -3$

TÌM GTNN, GTLN

Bài 1 : Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau :

$$A = \frac{3}{-x^2-4} \quad B = \frac{2}{-x^2+2x-4} \quad C = \frac{-3}{x^2-6x+15}$$

$$D = \frac{|x|+1945}{1946} \quad E = \frac{-1}{|x|+1} \quad F = \frac{5}{|2x+6|+3}$$

Bài 2 : Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức sau :

$$A = \frac{1}{x^2+3} \quad B = \frac{1}{x^2+2x+4} \quad C = \frac{-4}{-x^2-4x+5}$$

$$B = \frac{2008}{|x|+2009} \quad C = 3 - \frac{5}{2} \cdot \left| \frac{2}{5} - x \right| \quad D = \frac{|x|+3}{-4}$$

BÀI TẬP TỔNG HỢP

Câu 1. Cho phân thức $A = \frac{2}{2x+3} + \frac{3}{2x+1} - \frac{6x+5}{(2x+3)(2x+1)}$ ($x \neq -\frac{3}{2}$; $x \neq -\frac{1}{2}$).

a/ Rút gọn A

b/ Tìm x để A = -1

Câu 2. Cho phân thức $A = \frac{1}{x+5} + \frac{2}{x-5} - \frac{2x+10}{(x+5)(x-5)}$ ($x \neq 5$; $x \neq -5$).

a/ Rút gọn A

b/ Cho A = -3. Tính giá trị của biểu thức $9x^2 - 42x + 49$

Câu 3. Cho phân thức $A = \frac{3}{x+3} + \frac{1}{x-3} - \frac{18}{9-x^2}$ ($x \neq 3$; $x \neq -3$).

a/ Rút gọn A

b/ Tìm x để A = 4

Câu 4. Cho phân thức $A = \frac{x^2}{5x+25} + \frac{2x-10}{x} + \frac{50+5x}{x^2+5x}$ ($x \neq 0$; $x \neq -5$).

a/ Rút gọn A

b/ Tìm x để $A = -4$.

Câu 5. Cho $A = \frac{2x+1}{x^2-3x+2} - \frac{x+1}{x-1} - \frac{x^2+5}{x^2-3x+2} + \frac{x^2+x}{x-1}$

a) Rút gọn A

b) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $A \in \mathbb{Z}$

Câu 6. Biến đổi biểu thức sau thành một phân thức:

$$Q = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$$

Câu 7. Cho biểu thức:

$$A = \left(\frac{x^2+2x}{2x+10} + \frac{x-5}{x} + \frac{50-5x}{2x(x+5)} \right)$$

a) Hãy tìm điều kiện của x để giá trị của biểu thức A được xác định

b) Tìm x để giá trị của biểu thức A bằng 1

c) Tìm x để giá trị của biểu thức A bằng -1/2

PHẦN B: HÌNH HỌC

HÌNH THOI

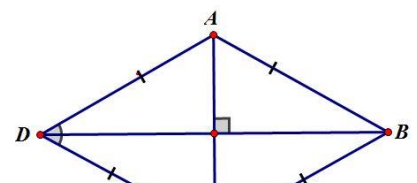
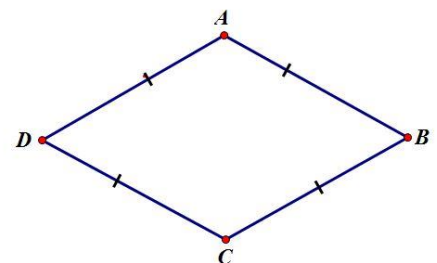
1) Định nghĩa

Hình thoi là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau.

Hình thoi cũng là một hình bình hành.

Tổng quát: ABCD là hình thoi $\Leftrightarrow AB = BC = CD = DA$.

2) Tính chất



Hình thoi có tất cả các tính chất của hình bình hành.

Định lí: Trong hình thoi:

- + Hai đường chéo vuông góc với nhau.
- + Hai đường chéo là các đường phân giác các góc của hình thoi.

3) Dấu hiệu nhận biết

- + Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau là hình thoi.
- + Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi
- + Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi.
- + Hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình thoi.

BÀI TẬP

Bài 1. Cho hình chữ nhật ABCD. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, AD. Chứng minh tứ giác MNPQ là hình thoi.

Bài 2. Cho tứ giác ABCD có $C = 40^\circ$, $D = 80^\circ$, $AD = BC$. Gọi E, F, M, N lần lượt là trung điểm của AB, DC, DB, AC.

- a) Chứng minh tứ giác EMFN là hình thoi.
- b) Tính góc MFN

Bài 3. Cho hình bình hành ABCD, O là giao điểm hai đường chéo AC và BD. Gọi E, F, G, H lần lượt là các giao điểm của các phân giác trong của các tam giác OAB, OBC, ODC, ODA.

- a) Chứng minh: ba điểm E, O, G thẳng hàng, ba điểm H, O, F thẳng hàng.
- b) Chứng minh các tam giác AEB và CGD bằng nhau.
- c) Chứng minh tứ giác EFGH là hình thoi.

Bài 4. Cho tam giác ABC và một điểm M thuộc cạnh BC. Qua M vẽ đường thẳng song song với AB, cắt AC ở E và đường thẳng song song với AC, cắt AB ở F.

- a) Chứng minh tứ giác AFME là hình bình hành.
- b) Xác định vị trí điểm M trên cạnh BC để tứ giác AFME là hình thoi.

Bài 5. Cho tam giác đều ABC. Gọi H là trực tâm của tam giác, AD là đường cao. Trên cạnh BC lấy điểm M. Từ M vẽ $ME \perp AB$ ($E \in AB$) và $MF \perp AC$ ($F \in AC$). Gọi I là trung điểm của AM.

- a) Chứng minh tứ giác DEIF là hình thoi.
- b) Chứng minh các đường thẳng MH, ID, EF đồng qui.

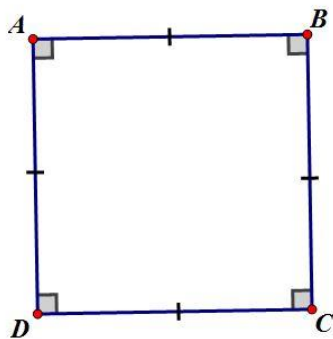
Bài 6. Cho hình thoi ABCD có $AC = 8\text{cm}$, $BD = 10\text{cm}$. Tính độ dài của cạnh hình thoi.

Bài 7. Cho hình thoi ABCD có $A = 60^\circ$. Trên các cạnh AB, AC lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $BM = CN$. Chứng minh tam giác MDN là tam giác đều.

Bài 8. Cho hình thoi ABCD có $A = 60^\circ$. Trên AD và CD lấy các điểm M, N sao cho $AM + CN = AD$. Gọi P là điểm đối xứng của N qua BC, MP cắt BC tại Q. Tứ giác MDCQ là hình gì ?

HÌNH VUÔNG

1) Định nghĩa



Hình vuông là tứ giác có bốn góc vuông và có bốn cạnh bằng nhau.

$$\text{Tổng quát: } ABCD \text{ là hình vuông} \Leftrightarrow \begin{cases} \widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D} = 90^\circ \\ AB = BC = CD = DA \end{cases}$$

Nhận xét:

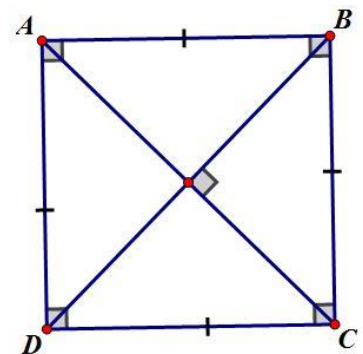
+ Hình vuông là hình chữ nhật có bốn cạnh bằng nhau.

+ Hình vuông là hình thoi có bốn góc vuông.

+ Hình vuông vừa là hình chữ nhật vừa là hình thoi.

2) Tính chất

Hình vuông có tất cả các tính chất của hình chữ nhật và hình thoi.



3) Dấu hiệu nhận biết

- + Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông.
- + Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình vuông.
- + Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác một góc là hình vuông.
- + Hình thoi có một góc vuông là hình vuông.
- + Hình thoi có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông.

BÀI TẬP

- Bài 1.** Cho tam giác ABC vuông tại A. Phân giác trong AD của góc A ($D \in BC$). Vẽ $DF \perp AC$, $DE \perp AB$. Chứng minh tứ giác AEDF là hình vuông.
- Bài 2.** Cho hình vuông ABCD. Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt lấy các điểm E, F, G, H sao cho $AE = BF = CG = DH$. Chứng minh tứ giác EFGH là hình vuông.
- Bài 3.** Cho tam giác ABC vuông tại A, M là một điểm thuộc cạnh BC. Qua M vẽ các đường thẳng song song với AB và AC, chúng cắt các cạnh AB, AC theo thứ tự tại E và F.
- a) Tứ giác AFME là hình gì?
 - b) Xác định vị trí điểm M trên cạnh BC để tứ giác AFME là hình vuông.
- Bài 4.** Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 2AD$. Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm của AB, CD. Gọi M là giao điểm của AF và DE, N là giao điểm của BF và CE.
- a) Tứ giác ADFE là hình gì?
 - b) Tứ giác EMFN là hình gì?
- Bài 5.** Cho tam giác ABC. Dựng ra phía ngoài tam giác các hình vuông ABCD và ACEF. Gọi Q, N lần lượt là giao điểm các đường chéo của ABCD và ACEF; M, P lần lượt là trung điểm BC và DF. Chứng minh rằng tứ giác MNPQ là hình vuông.
- Bài 6.** Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh các AD, DC lần lượt lấy các điểm E, F sao cho $AE = DF$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của EF, BF.
- a) Chứng minh các tam giác ADF và BAE bằng nhau.
 - b) Chứng minh MN vuông góc với AF.

BÀI TẬP ÔN CHƯƠNG 1

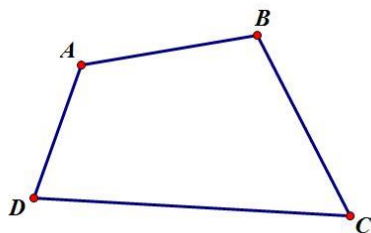
- Bài 1.** Cho tam giác ABC cân tại A, trung tuyến AM. Gọi I là trung điểm của AC, K là điểm đối xứng của điểm M qua điểm I.
- a) Tứ giác AMCK là hình gì?
 - b) Tứ giác AKMB là hình gì?
 - c) Có trường hợp nào của tam giác ABC để tứ giác AKMB là hình thoi.
- Bài 2.** Cho tam giác ABC vuông tại A. Về phía ngoài tam giác, vẽ các hình vuông ABDE, ACGH.
- a) Chứng minh tứ giác BCHE là hình thang cân.
 - b) Vẽ đường cao AK của tam giác ABC. Chứng minh AK, DE, GH đồng qui.
- Bài 3.** Cho hình thang cân ABCD với $AB \parallel CD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA.

- a) Tứ giác MNPQ là hình gì?
- b) Cho biết diện tích tứ giác ABCD bằng 30cm^2 . Tính diện tích tứ giác MNPQ.
- Bài 4.** Cho tam giác ABC vuông tại A, trung tuyến AM. Gọi D là trung điểm của AB, E là điểm đối xứng của điểm M qua điểm D.
- a) Chứng minh điểm E đối xứng với điểm M qua đường thẳng AB.
- b) Các tứ giác AEMC, AEBM là hình gì?
- c) Cho $BC = 4\text{cm}$. Tính chu vi tứ giác AEBM.
- d) Tam giác vuông thoả điều kiện gì thì AEBM là hình vuông.
- Bài 5.** Cho hình thoi ABCD, O là giao điểm của hai đường chéo. Vẽ đường thẳng qua B song song với AC, đường thẳng qua C song song với BD, hai đường thẳng đó cắt nhau ở K.
- a) Tứ giác OBKC là hình gì?
- b) Chứng minh $AB = OK$.
- c) Tìm điều kiện của hình thoi ABCD để OBKC là hình vuông.
- Bài 6.** Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm của AB, CD. Gọi O là trung điểm của EF. Qua O vẽ đường thẳng song song với AB, cắt AD và BC theo thứ tự tại M và N.
- a) Tứ giác EMFN là hình gì?
- b) Hình thang ABCD có thêm điều kiện gì để EMFN là hình thoi.
- c) Hình thang ABCD có thêm điều kiện gì để EMFN là hình vuông.
- Bài 7.** Cho hình bình hành ABCD có $AB = 2AD$. Gọi E, F thứ tự là trung điểm của AB và CD.
- a) Các tứ giác AEFD, AECF là hình gì?
- b) Gọi M là giao điểm của AF và DE, N là giao điểm của BF và CE. Chứng minh rằng tứ giác EMFN là hình chữ nhật.
- c) Hình bình hành ABCD nói trên có thêm điều kiện gì để EMFN là hình vuông?

CHƯƠNG 2

1. Định nghĩa đa giác

Đa giác lồi là đa giác luôn nằm trong một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của đa giác đó.



Đa giác đều là đa giác có tất cả các cạnh bằng nhau và tất cả các góc bằng nhau.

2. Mở rộng

Tổng các góc của đa giác n cạnh bằng $(n - 2).180^0$.

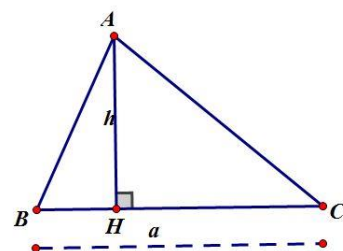
Mỗi góc của đa giác đều n cạnh bằng $\frac{(n-2).180^0}{n}$.

Số các đường chéo của đa giác n cạnh bằng $\frac{n(n-3)}{2}$.

3. Công thức diện tích

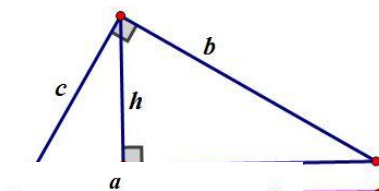
Diện tích tam giác bằng nửa tích một cạnh với chiều cao ứng với cạnh đó:

$$S = \frac{1}{2} a.h$$



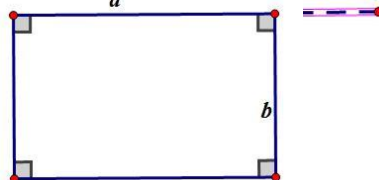
Diện tích tam giác vuông bằng nửa tích hai cạnh góc vuông

$$S = \frac{1}{2} a.h = \frac{1}{2} b.c$$



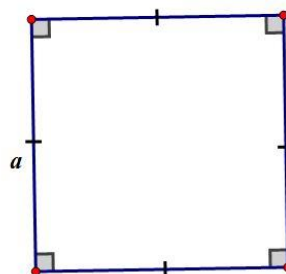
Diện tích hình chữ nhật bằng tích hai kích thước của nó:

$$S = ab$$



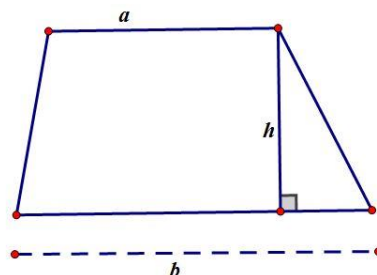
Diện tích hình vuông bằng bình phương cạnh của nó:

$$S = a^2$$



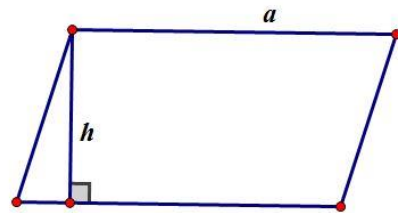
Diện tích hình thang bằng nửa tích của tổng hai đáy với chiều cao:

$$S = \frac{1}{2} (a + b)h.$$



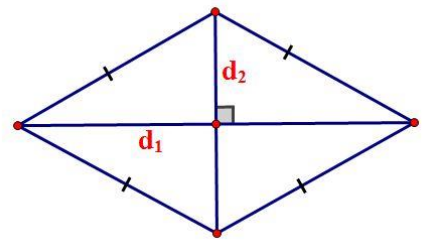
Diện tích hình bình hành bằng tích của một cạnh với chiều cao ứng với cạnh đó:

$$S = ah$$



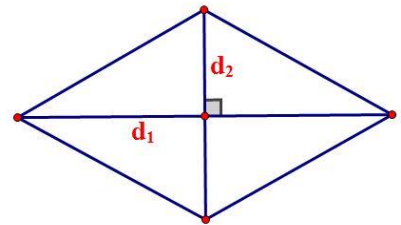
Diện tích hình thoi bằng nửa tích hai đường chéo:

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2.$$



Diện tích tứ giác có 2 đường chéo vuông góc

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$



BÀI TẬP

Bài 1. Cho tam giác ABC. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC. Vẽ $BP \perp MN$, $CQ \perp MN$ ($P, Q \in MN$).

a) Chứng minh tứ giác BPQC là hình chữ nhật.

b) Chứng minh $S_{BPQC} = S_{ABC}$.

Bài 2. Cho hình vuông ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Chứng minh các tứ giác ADCM và ABCN có diện tích bằng nhau.

Bài 3. Cho hình bình hành ABCD. Gọi K và L là hai điểm thuộc cạnh BC sao cho $BK = KL = LC$. Tính tỉ số diện tích của:

a) Các tam giác DAC và DCK.

b) Tam giác DAC và tứ giác ADLB.

c) Các tứ giác ABKD và ABLD.

Bài 4. Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 12$ cm, $AD = 6,8$ cm. Gọi H, I, E, K là các trung điểm tương ứng của BC, HC, DC, EC.

a) Tính diện tích tam giác DBE.

b) Tính diện tích tứ giác EHIK.

Bài 5. Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 5$ cm, $BC = 4$ cm. Trên cạnh AD dựng tam giác ADE sao cho AE và DE cắt cạnh BC lần lượt tại M và N và M là trung điểm của đoạn thẳng AE. Tính diện tích tam giác ADE.

Bài 6.

1/ Tính diện tích hình chữ nhật biết rằng trong hình chữ nhật có một điểm M cách đều ba cạnh và giao điểm của hai đường chéo và khoảng cách đó là 4 cm

2/ Tính diện tích hình thang vuông có đáy nhỏ bằng chiều cao bằng 6 cm và góc lớn nhất bằng 135°

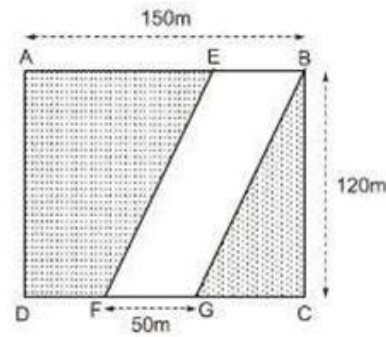
Bài 7.

1/ Chứng minh rằng diện tích của hình vuông dựng trên cạnh góc vuông của tam giác vuông cân bằng hai lần diện tích của hình vuông dựng trên đường cao thuộc cạnh huyền

2/ Chứng minh rằng diện tích của hình vuông có cạnh là đường chéo của hình chữ nhật thì lớn hơn hoặc bằng hai lần diện tích của hình chữ nhật.

Bài 8. Cho hai hình vuông có cạnh a và chung nhau một đỉnh, cạnh của một hình nằm trên đường chéo của hình vuông kia. Tính diện tích phần chung của hai hình vuông.

Bài 9. Một con đường cắt một đám đất hình chữ nhật với các dữ liệu được cho trên hình 153. Hãy tính diện tích con đường EBGF ($EF \parallel BG$) và diện tích phần còn lại của đám đất

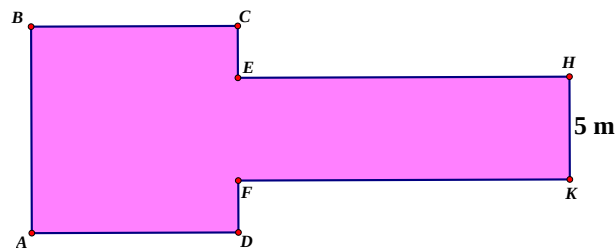


Hình 153

Bài 10. Nhà bạn An có miếng đất như hình vẽ bên, gồm hình vuông ABCD và hình chữ nhật EHKF có diện tích bằng nhau. Biết chiều rộng hình chữ nhật EHKF là $HK = 5\text{m}$ và chiều dài EH gấp 4 lần chiều rộng HK.

a/ Tính diện tích miếng đất của nhà bạn An.

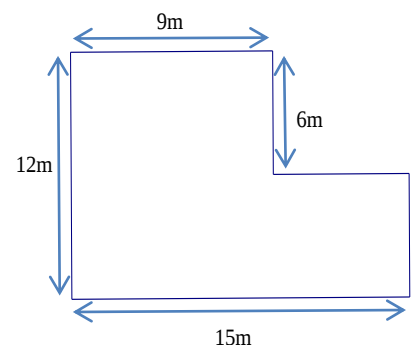
b/ Ba bạn An muốn rào xung quanh khu đất trên bằng dây kẽm gai có giá 8000 đồng / 1mét. Tính số tiền mà ba bạn An phải trả khi mua dây kẽm gai?



Bài 11. Khu vườn của cô Lan có kích thước như hình vẽ.

a/ Tính diện tích của khu vườn.

b/ Cô Lan muốn trồng hoa hồng, biết mỗi cây hoa sẽ chiếm diện tích 6m^2 . Hỏi cô Lan cần mua bao nhiêu cây giống để trồng cho đủ trong khu vườn của mình.



Bài 12. Một miếng đất hình chữ nhật có chiều rộng là 50m, biết rằng chiều dài gấp đôi chiều rộng .

a/ Tính diện tích miếng đất

b/ Người ta dùng 20% diện tích miếng đất để đào ao thả cá. Tính diện tích đào ao thả cá.

Bài 13. Một sân vận động hình chữ nhật có chiều dài $5x + 3y$ (m) và chiều rộng là $5x - 3y$ (m). Mỗi cạnh được chừa ra 3m làm lối đi, phần trong là phần sân trồng cỏ phục vụ cho các trận bóng đá. Tính diện tích mặt sân có trồng cỏ theo x và y . Tính số tiền trồng cỏ cho mặt sân trên khi $x = 10$, $y = 2$. Biết số tiền để trồng 1 m^2 cỏ là 50000 đồng.

Bài 14. Mẹ Minh dự tính lát nền gỗ lại cho phòng của Minh với chi phí khoảng 4 000 000 đồng. Bạn hãy tính thử mẹ Minh có đủ kinh phí để làm lại phòng cho Minh không biết phòng Minh có kích thước 3,5 m x 4m, giá thành nền gỗ là 170 000 đồng/ m^2 và tiền công lát là 80 000 đồng/ m^2

Bài 15. Gần tết Bác An có một phòng cần thay đổi gạch lát sàn. Biết chiều dài cần 20 viên gạch, chiều rộng cần 10 viên gạch. Mỗi viên gạch có kích thước 40cmx40cm với giá là 65000 đồng /viên gạch.

a) Tính chiều dài, chiều rộng của căn phòng.

b) Hỏi diện tích sàn của căn phòng nhà bác An là bao nhiêu mét vuông?

c) Hãy tính tiền bác An cần mua gạch để lát sàn?